

Комбинаторные подсчёты

1. (а) Назовём натуральное число «симпатичным», если в его записи встречаются только чётные цифры. Сколько существует пятизначных симпатичных чисел?

(б) Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна чётная цифра?

(в) Каких семизначных чисел больше: тех, в записи которых есть единица, или остальных?

2. Из двух математиков и десяти экономистов надо составить комиссию из восьми человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в неё должен входить хотя бы один математик?

3. Найдите сумму всех семизначных чисел, которые можно получить всевозможными перестановками цифр $1, \dots, 7$.

4. Сколькими способами множество из n элементов можно разбить на два множества?

5. Сколько различных неупорядоченных пар непересекающихся подмножеств найдётся для множества из n элементов?

6. Сколько пятизначных чисел содержат все цифры $1, 3, 5, 7, 9$? Сколько содержат все цифры $0, 2, 4, 6, 8$?

7. Сколькими способами можно расставить белые фигуры (короля, ферзя, две ладьи, двух слонов и двух коней) на первой линии шахматной доски (не соблюдая шахматные правила)?

8. На плоскости проведено n прямых линий, из которых никакие две не являются параллельными и никакие три не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения имеют эти прямые?

9. Труппа состоит из 10 артистов. Сколькими способами можно выбирать из неё в течение двух вечеров по 6 человек для участия в спектаклях так, чтобы эти составы не совпадали друг с другом?

10. Из спортивного клуба, насчитывающего 30 членов, надо составить команду из 4 человек для участия в беге на 1000 м. Сколькими способами это можно сделать?

А сколькими способами можно составить команду из 4 человек для участия в эстафете $100 + 200 + 400 + 800$?